Lasery impulsowe - co to jest?

Piotr Migdał

6 marca 2005

1 Lasery ciągłe

Prawie każdy widział laser, choćby w postaci breloczka z odpowiednią diodą LED. Co jest charakterystyczne dla promienia emitowanego z takiego urządzenia? Po pierwsze, wiązka jest równoległa - nie zmienia swojej szerokości niezależnie, czy pada na kartkę papieru w odległości $20cm$, czy też ścianę odległą o $10m$. Drugą, wręcz istotniejszą, cechą takiego promienia jest sinusoidalna amplituda pola elektrycznego. Co za tym idzie - występuje tylko jedna częstotliwość drgań.

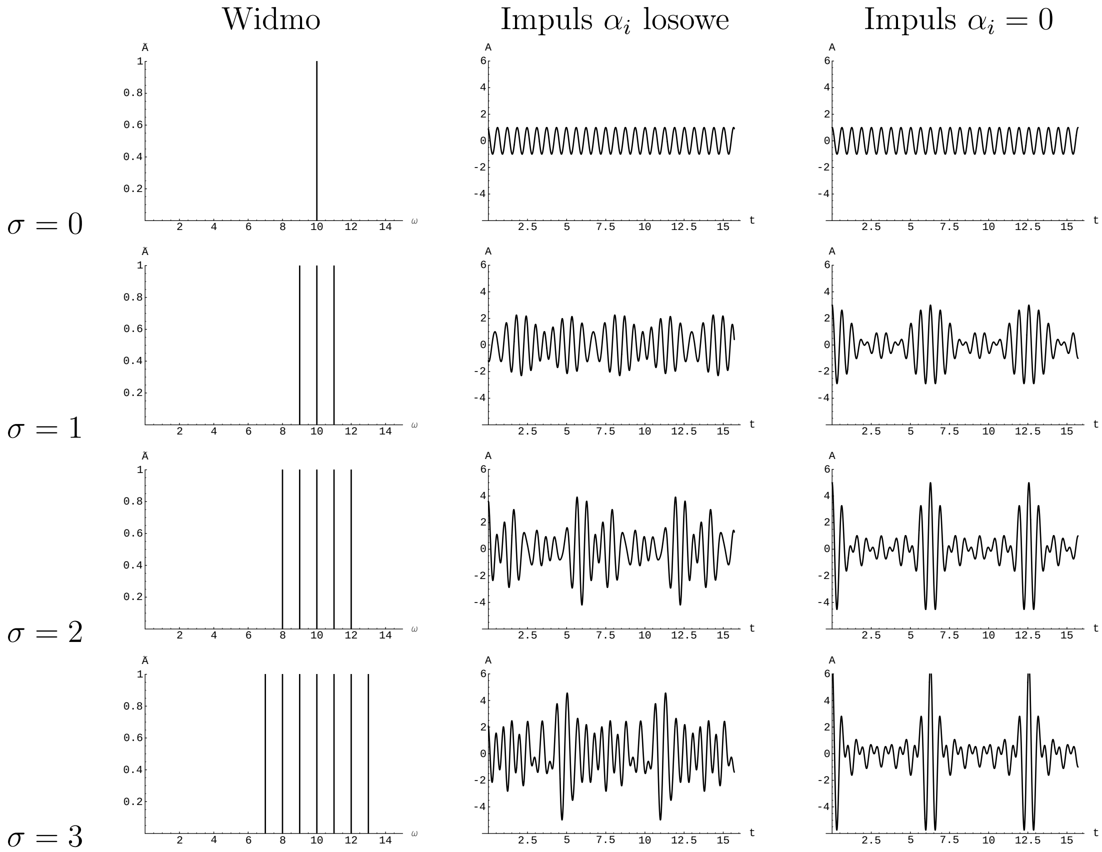
Dzięki temu możemy łatwo obserwować interferencję - gdy następuje w danym miejscu wygaszenie, nie jest „zasłaniane" przez nakładanie się fal innej długości.. Właśnie ten efekt odpowiada za charakterystyczne „iskrzenie" plamki lasera - nierówności kartki wystarczają, zaobserwować chaotyczną interferencję.

2 Dodawanie modów

Modem nazywamy jedną składową sinusoidalną, czyli $\tilde{A}_i \cdot \cos(\omega_i t + \alpha_i)$. Laser opisany w pkt 1. działa w jednym modzie. Zastanówmy się, czy dodawanie takich składowych da jakieś ciekawe efekty. Zobaczmy, co się stanie, gdy dodamy kilka kolejnych modów o jednostkowej amplitudzie ($\tilde{A}_i = 1$) i całkowitych częstotliwościach ($\omega_i = i$). Zbadajmy osobo przypadek $\alpha_i = 0$ oraz α_i losowego. Sumy będą miały postać:

$$\sum_{10-\sigma}^{10+\sigma} \cos\left(\omega_i t + \alpha_i\right)$$

Nie trudno zauważyć w [rys. 1], że o ile składanie modów z losowych faz daje „szum", to w pewien uporządkowany układ α_i (tu: stały) pociąga za sobą otrzymanie swoistych impulsów - średnia energia ($\propto \langle E^2 \rangle$) wyraźnie nie jest stała.



Rysunek 1: Wykresy widm oraz odpowiadających drgań, z rozróżnieniem na przypadki losowej i ustalonej fazy.

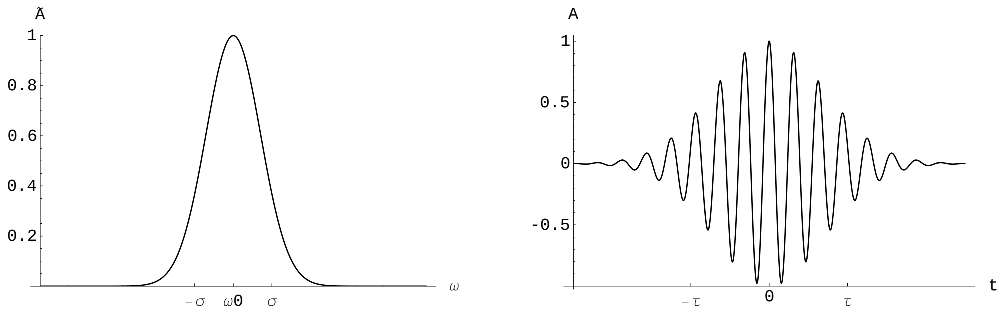
3 Lasery impulsowe

Okazuje się, że mnogość modów w jednym laserze jest osiągalna. Trzeba jednak zapewnić kilka warunków:

- Wnęka rezonansowa musi wzmacniać wiele częstotliwości.
  Z tym nie ma problemu, nie może być jednak zbyt krótka - wtedy odstępy między kolejnymi wzmacnianymi częstotliwościami były by zbyt duże
- Emisja wymuszona musi zachodzić dla odpowiednio dużego zakresu częstotliwości.
  W gazach jest stosunkowo mało poziomów energetycznych - występuje tylko kilka linii absorbcyjno-emisyjnych. W prawdzie poruszające się molekuły dają przesuniecie dopplerowskie, jednak jest ono wąskie. Z kolei zarówno w ciele stałym jak i cieczach, na skutek wzajemnych oddziaływań, poziomów energetycznych jest multum. Jest to powodem szerokiego zastosowania roztworów barwników jako środka wzmacniającego.
- Faza składowych musi zostać powiązana.
  Początkowo mody mają różne fazy i trzeba je wzajemnie wyzerować. Większość metod

działa w oparciu o eliminowanie szumów i faworyzowanie impulsów - powstanie ich jest tożsame z ułożeniem fazy modów.

Zobaczmy widmo oraz pola elektryczne lasera impulsowego [rys. 2]. By porównać go z laserem ciągłym wystarczy spojrzeć na pierwszy wiersz z [rys. 1].



$$\tilde{A}(\omega) = e^{-\frac{(\omega-\omega_0)^2}{\sigma^2}} \qquad \Re(A(t)) = \frac{\sigma e^{-\frac{\sigma^2 t^2}{4}}\cos(\omega_0 t)}{2\sqrt{\pi}}$$

Rysunek 2: Czyste widmo lasera femtosekundowego i impuls

O ile formalne przejście z widma do tzw. domeny czasowej wymaga znajomości *transformaty Fouriera*, można postarać się o jej „opowiedzenie", przynajmniej w powyższym przypadku. Skoro widmo jest symetryczne, cały czas oscylacje zachodzą z częstością średnią, ω_0. Jednak czym dalej od $t = 0$ (gdzie fazy wszystkich modów są takie same) tym bardziej poszczególne składowe się uśredniają, zmniejszając amplitudę obwiedni. Wynika stąd też wniosek, że czym szersze widmo, tym szybciej zajdzie wygaszenie, a zatem i czas trwania impulsu stanie się krótszy.

Może paść następujące pytanie: czy taki laser emituje tylko jeden impuls?
Nie. Jednak wyżej podany opis jest bardzo wygodny matematycznie. W rzeczywistości widmo nie jest ciągłe (składa się z bardzo wielu „kresek"), co daje pewną perdiodyczność. Czym odstępy między poszczególnymi modami ($\Delta\omega = \omega_{i+1} - \omega_i$) są mniejsze, tym większy okres sygnału T. Dokładny związek (prawdziwy dla dowolnego impulsu) to:

$$T = \frac{2\pi}{\Delta\omega}, \qquad \omega_i = k\Delta\omega, \qquad i \in \mathbb{Z}$$

Jest to dość naturalny fakt - skoro wszystkie występujące częstości są wielokrotnościami $\Delta\omega$, po okresie T faza wszystkich ich wraca do początkowej.

Jak to wygląda w praktyce? Przykładowo dla jednego z laserów $Ti : Al_2O_3$ (szafir domieszkowany tytanem) znajdującego się w Laboratorium Procesów Ultraszybkich na Wydziale Fizyki UW dane są następujące:

$$\omega_0 = 2,35\frac{1}{fs}, \quad \sigma = 0,086\frac{1}{fs}, \quad T = 13ns, \quad P_r = 0,3W \text{ (średnia moc)}$$

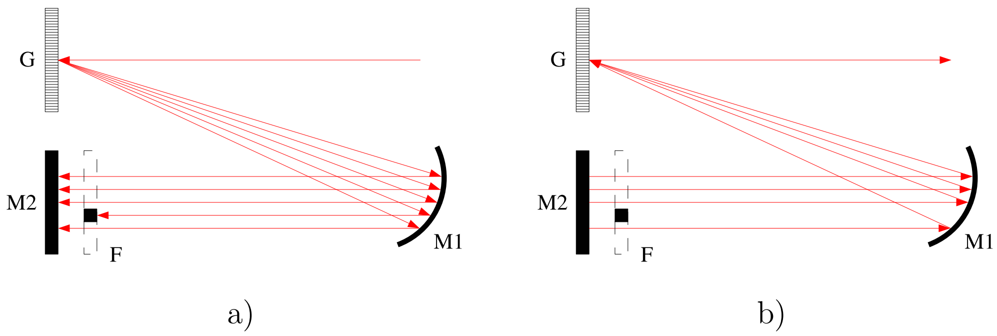
Wypadałoby przypomnieć, że ω_0 odpowiada długości fali w próżni $\lambda = 802nm$ z rozrzutem $\pm 30nm$. W prawdzie jest to już bliska podczerwień, ale dla występującej średniej mocy odbicie od białej kartki jest bardzo jasne dla ludzkiego oka. Czas po którym obwiednia jest mnożona przez czynnik $e^{-1} \approx 0,37$ to $\tau = 23fs$. Można przyjąć, że impuls trwa $2\tau = 46fs$, gdyż w tym czasie znajduje się $> 99\%$ przenoszonej przez niego energii. Z akurat takiego rzędu czasu $10^{-15}s = 1fs$ przyjęło się nazywać omawiane lasery femtosekundowymi. Nic teraz nie stoi na przeszkodzie, by pokusić się o policzenie chwilowej mocy:

$$P_{imp} = P\frac{T}{2\tau} \qquad P_{imp} = 8,6 \cdot 10^4 W$$

Biorąc pod uwagę średnicę wiązki, przyjmimy $r = 2mm$, chwilowa równowaga zaszła by z ciałem doskonale czarnym o temperaturze $\approx 26kK$. Warto zwrócić jednak uwagę, że istnieją sposoby, by T było rzędu miliherców - co pociąga za sobą olbrzymie moce chwilowe!

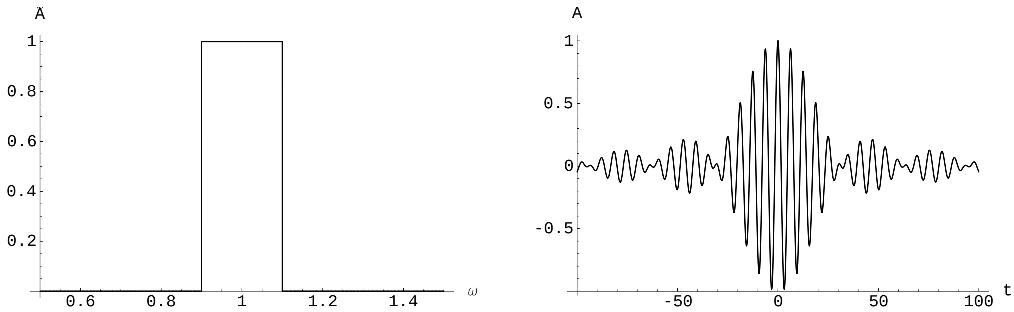
4 Ciekawe impulsy

Czy istnieje jakiś w miarę prosty sposób na modyfikację widma? Okazuję się, że tak. Montując, jak na [rys. 3], układ z siatki dyfrakcyjnej, lustra wklęsłego i płaskiego wiązka rozszczepia się ze względu na widmo, po czym ponownie łączy. W takim ustawieniu nic się specjalnego nie dzieje. Ale gdy przy samym płaskim zwierciadle umieści się kawałek nieprzeźroczystego materiału, pochłania on część widma.



Rysunek 3: Schemat układu umożliwiającego wybiórcze wycinanie widma. G - siatka dyfrakcyjna, M1 - lustro wklęsłe, M2 - lustro płaskie, F - miejsce w które można włożyć filtr. Wiązka wchodząca a) i wychodzące b) są oznaczona czerwonym kolorem. Kąt padania jest wiązki na M2 jest bliski prostemu, jednak nie jest jemu równy, co umożliwia rozdzielenie wiązek wchodzącej od wychodzącej.

Obcinając pewne części funkcji Gaussa powstają widma o kształcie łatwo przybliżalnym do prostych figur. Zwracam jednak uwagę, że obcinając widmo, jest ono węższe, a zatem i impuls powinien być dłuższy. W rzeczywistych przypadkach liczba oscylacji w czasie trwania takich sygnałów jest większa niż dla czystego sygnału.



$$\tilde{A}(\omega) = \begin{cases} 1 & \omega \in (\omega_1; \omega_2) \\ 0 & \omega \notin (\omega_1; \omega_2) \end{cases} \qquad \Re(A(t)) = \frac{\cos\left(\frac{\omega_2+\omega_1}{2} t\right) \sin\left(\frac{\omega_2-\omega_1}{2} t\right)}{\pi t}$$

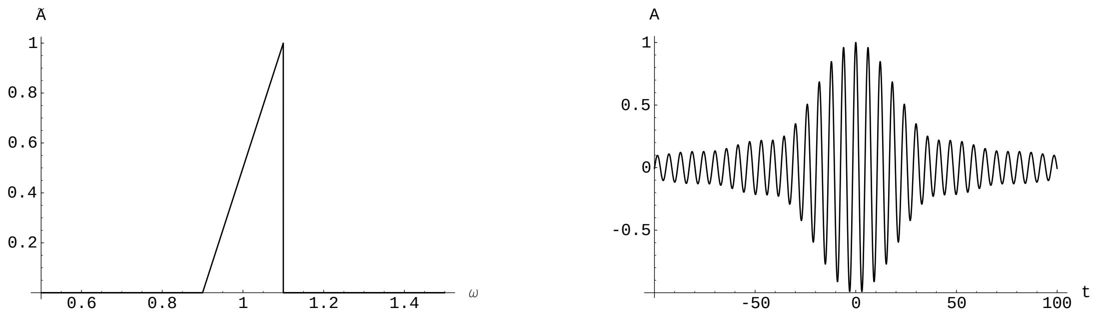
Rysunek 4: Widmo prostokątne

4.1 Prostokąt

Jednym z narzucających się pomysłów jest symetryczne pozbycie się boków. W efekcie powstaje widmo, które można przybliżyć prostokątem. Pole elektryczne staje się dudnieniem malejącym jak odwrotność czasu. Nie występuje żadna asymptota pionowa wokół $t = 0$, gdyż dla małych argumentów $\sin(x) \cong x$, a co za tym idzie

$$\frac{\sin(\frac{1}{2}(\omega_2 - \omega_1)t)}{t} \cong \frac{\omega_2 - \omega_1}{2}$$

4.2 Trójkąt

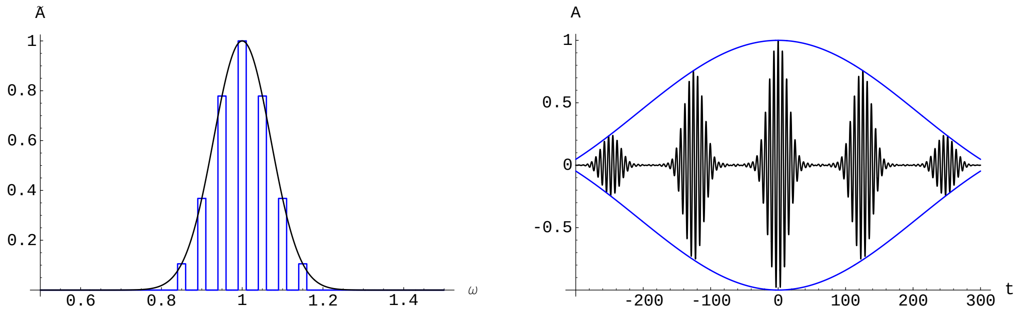


$$\tilde{A}(\omega) = \begin{cases} \omega - \omega_1 & \omega \in (\omega_1; \omega_2) \\ 0 & \omega \notin (\omega_1; \omega_2) \end{cases} \qquad \Re(A(t)) = -\frac{\sin\left(\frac{\omega_2-\omega_1}{2} t\right) \sin\left(\frac{\omega_2+\omega_1}{2} t\right)}{\pi t} + \frac{(\omega_2-\omega_1)\sin(\omega_2 t)}{2\pi t^2}$$

Rysunek 5: Widmo trójkątne

Można też zrobić co innego - obciąć jeden bok, nawet „z nadmiarem". Dostajemy coś podobnego do trójkąta - i w istocie takie oszacowanie jest dobre. Sygnał zachowuje się jak suma dudnienia, tym razem spadającego jak t^{-2}, i sinusoidy zmniejszającej się jak t^{-1} (która to dominuje na dalszych dystansach).

4.3 Grzebień



Obwiednia gaussowska
Suma widm prostokątnych

Impulsy gaussowskie
Obwiednia jak u widma prost.

Rysunek 6: Widmo sumy prostokątów o obwiedni rozkładu Gaussa

Najciekawszym jednak przypadkiem jest „funkcja w funkcji" - tutaj suma widm prostokątnych o amplitudach jak w rozkładzie Gaussa. Ważne, by paski miały taką samą szerokość i były równomiernie rozstawione. Co jest niezwykle interesujące, dostajemy sumę impulsów gaussowskich (o szerokości i oscylacjach, jakie by wynikały z obwiedni widma) oddalonych od siebie równomiernie. Warto dodać, że czas między nimi spełnia zależność $T = \frac{2\pi}{\Delta\omega}$. Z kolei ich amplitudy zmieniają się w sposób, jaki zachodzi dla obwiedni oscylacji powstałych z widma prostokątnego!

Uzyskaliśmy taki efekt, wpierw bez wiedzy o jego wspaniałych konsekwencjach, wkładając w roli filtra grzebień (!) kolegi.

5 Faza

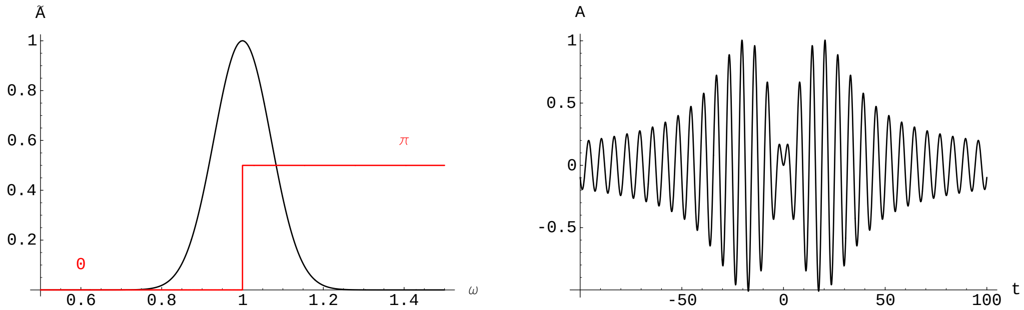
Zobaczmy, co się dzieje przy przejściu przez jakikolwiek impuls pewnej odległości. Oczywiście, jak dla każdej fali, przesunięcie w przestrzeni jest równoznaczne z opóźnieniem w czasie razy prędkość.

Dodatkowy droga optyczna a jest przebywana w czasie $t = \frac{a}{c}$. To implikuje zmianę fazy (argumentu cosinusa) o $\Delta\alpha = \omega t$, czyli otrzymujemy $\Delta\alpha = \frac{\omega a}{c}$. Oznacza to, że opóźnienie impulsu powoduje liniową zmianę fazy. Można też powiedzieć to samo w drugą stronę - liniowa faza widma mówi o opóźnieniu impulsu. Ono nas jednak w większości zastosowań nie interesuje - liniowość widma jest więc „nieszkodliwa".

Można jednak zapytać, co by się stało, gdyby przesunąć tylko część widma. Szczególnie ciekawie przedstawia się możliwość jego zmiany dla połowy rozkładu Gaussa. Jak tego dokonać? Wystarczy zamiast filtra ustawić 2 cienkie płytki (np. szybki do preparatów mikroskopowych). Dbając (łatwo sprawdzić przy pomocy interferencji) by każda z osobna miała wzdłuż jednej linii stałą grubość, można z nich zrobić przesuwacze fazy. Obracając je zmieniamy drogę, jaką w niej przebywa światło. Z uwagi, że mają współczynnik załamania większy od powietrza, pole e-m przez nie przechodzące przemierza większą drogę optyczną niż gdyby odbywało ją w powietrzu. Jako, że liniowe przesunięcie fazy całości widma nas nie interesuje, zwracamy uwagę tylko na różnicę przebytej drogi optycznej.

Można tak ustawić płytki, by faza dla $\omega_0 + \sigma$ była π. Gdy tylko $\omega_0 >> \sigma$ wygodnie jest przybliżyć, że mamy do czynienia z drugą połową widma w fazie π - praktycznie nie interesuje nas widmo odleglejsze niż w $\omega + 2\sigma$.

Z prostego związku $\cos(\alpha + \pi) = -\cos(\alpha)$ wynika, że należy od pierwszej połowy krzywej Gaussa odjąć drugą.

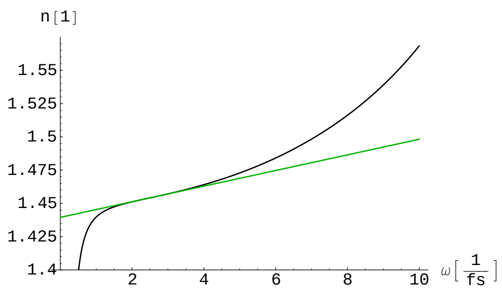


$$\tilde{A}(\omega) = \begin{cases} +e^{-\frac{(\omega-\omega_0)^2}{\sigma^2}} & \omega < \omega_0 \\ -e^{-\frac{(\omega-\omega_0)^2}{\sigma^2}} & \omega > \omega_0 \end{cases} \qquad \Re(A(t)) = \frac{\sigma}{\pi} e^{-\frac{\sigma^2 t^2}{4}} \sin(\omega_0 t) \int_0^{\sigma t/2} e^{x^2} dx$$

Rysunek 7: Widmo z obróconą połową

6 Chirp

Przy przechodzeniu przez grubszą warstwę dielektryka, np. kilkucentymetrowego kryształu tlenku krzemu SiO_2, wyraźne staje się tzw. chirp. O co tu chodzi?



Rysunek 8: Zależność współczynnika załamania od częstosci fali dla SiO_2; przybliżenie wokól $\omega = 2,35\frac{1}{fs}$

Współczynnik załamania zależy od długości fali. Jeśli interesuje nas tylko mały wycinek z całego możliwego spektrum (np. jak na [rys. 8] $2,25 - 2,45 \frac{1}{fs}$, funkcja liniowa może być dobrym przybliżeniem zależności $n(w)$. Czyli, mając drogę geometryczną a_0, zapisujemy:

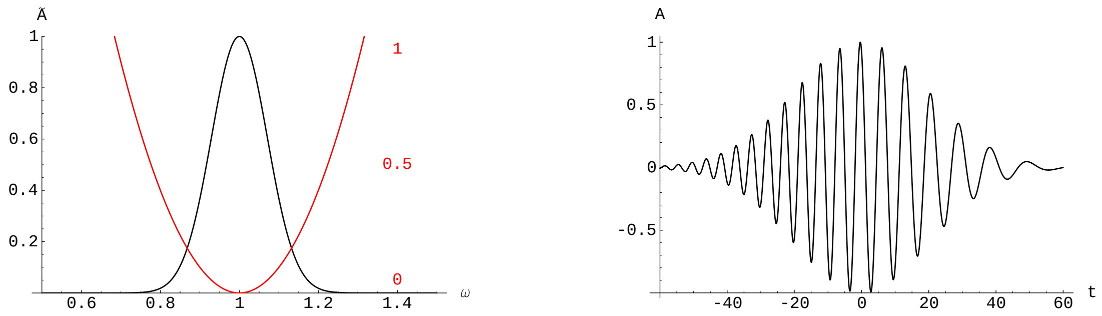
$$a = a_0 n(w) \cong a_0(k_1\omega + k_2)$$

W efekcie otrzymujemy przesunięcie fazy:

$$\Delta\alpha = \frac{\omega a}{c} \qquad \Delta\alpha \cong \frac{\omega a_0(k_1\omega + k_2)}{c} = \frac{a_0 k_1}{c}\omega^2 + \frac{a_0 k_2}{c}\omega$$

Opóźnienie nas nie interesuje, więc czynnik liniowy opuszczamy. Współczynnik oznaczamy jako η:

$$\Delta\alpha' = \frac{a_0 k_1}{c}\omega^2 \qquad \eta = \frac{a_0 k_1}{c} \qquad \Delta\alpha' = \eta\omega^2$$



$$\tilde{A}(\omega) = e^{-\frac{(\omega-\omega_0)^2}{\sigma^2} + \mathrm{i}\eta\omega^2} \qquad \Re(A(t)) = \frac{e^{-\frac{\sigma^2 t^2}{4(1+\eta^2\sigma^4)}} \cos\left(\frac{1}{2}\operatorname{arc\,tg}(\frac{1}{\eta\sigma^2}) + \omega_0 t - \frac{\eta\sigma^4}{4(1+\eta^2\sigma^4)}t^2\right)}{2\sqrt{\pi}(\eta^2+\sigma^{-4})^{1/4}}$$

Rysunek 9: Widmo z kwadratową zmianą fazy; zmiana częstości podniesiona o czynnik 4 dla uwidocznienia efektu

Należy zwrócić uwagę, że okres drgań cosinusa zależy od czasu. W szczególności można zapisać:

$$\omega_0' = \omega_0 - \frac{\eta\sigma^4}{4(1+\eta^2\sigma^4)}t$$

Istotne jest jeszcze, że z powodu zwiększającego się mianownika w wykładniku cały impuls się wydłuża, co zwykle nie jest pożądanym efektem.

7 Zakończenie

Gdzie jednak takie urządzenie może znaleźć swoje zastosowanie? Otóż z połączenia dwóch podstawowych cech lasera femtosekundowego, rozpiętości widma i krótkości impulsu, korzystają chemicy. Mają możliwość zarówno inicjacji reakcji chemicznych jak i szybkiego sprawdzenia co się dzieje przez badanie pochłaniania roztworu.

Chciałbym podziękować prof. dr hab. Czesławowi Radzewiczowi oraz Krajowemu Funduszowi na rzecz Dzieci za umożliwienie zagłębienia omawianego zagadnienia.